

## Оценка параметров срочности «эталонного» долгового портфеля эмитента государственных и муниципальных облигаций

В международной практике эффективность активных операций по управлению государственным и муниципальным долгом часто измеряется путем сравнения фактических результатов управления с эффективностью гипотетического «эталонного» портфеля долговых инструментов в отсутствие активных (спекулятивных) операций. Параметры, характеризующие эталонный портфель (такие как средний по портфелю срок до погашения, валютная структура), определяются исходя из представлений об его оптимальности для заемщика экспертным путем<sup>1</sup> или в результате построения численных моделей<sup>2</sup>. При этом решение задачи по оптимизации параметров эталонного портфеля в некоторых случаях можно получить аналитически.

В данной работе, для простых долговых стратегий и в предположении о сбалансированности бюджета (нулевой дефицит), аналитически получена оценка параметра оптимальной по соотношению риска и доходности средней срочности долга эмитента государственных/муниципальных облигаций. Под риском в работе будут пониматься финансовые потери заемщика в результате неожиданного временного возмущения процентных ставок на долговом рынке. Величину указанных потерь можно оценивать, используя различную метрику, как в краткосрочном, так и в долгосрочном периоде.

Любая неизменная во времени срочная структура размещения облигаций приводит к стационарному профилю погашения долга. Элементарным видом долговой стратегии является ежегодное размещение (рефинансирование) одного выпуска облигаций с заданной срочностью  $T$ . Такая стратегия со временем обуславливает формирование, так называемого, «равномерного» профиля погашения долга с временным горизонтом  $T$ . Любую долговую стратегию, приводящую к стационарному профилю погашения долга, можно представить в виде линейной комбинации указанных элементарных стратегий.

Ожидаемая стоимость обслуживания долга при реализации описанной выше «элементарной» стратегии можно представить следующим образом:

$$S_c = r(T),$$

где  $r(T)$  – кривая доходности облигаций, «ожидаемая» в среднесрочной перспективе. В нормальных условиях  $r(T)$  является возрастающей функцией от  $T$ .

Поддержание «равномерного» профиля долга срочности  $T$  означает необходимость ежегодного рефинансирования займов в объеме  $1/T$  от суммы долга. Если в течение периода продолжительности  $\tau_c < T$  на рынке происходит шоковое изменение процентных ставок срочности  $T$  (стресс-воздействие) на величину  $\alpha(T)$ , стоимость обслуживания долга в конце указанного периода  $\tau_c$  составит:

$$S_c = r(T) + \frac{\alpha(T)\tau_c}{T} \quad (1)$$

Первое слагаемое в (1) – «ожидаемая» стоимость обслуживания долга, второе – результат стресс-воздействия, зависящий от его интенсивности ( $\alpha(T)$ ) и длительности ( $\tau_c$ ).

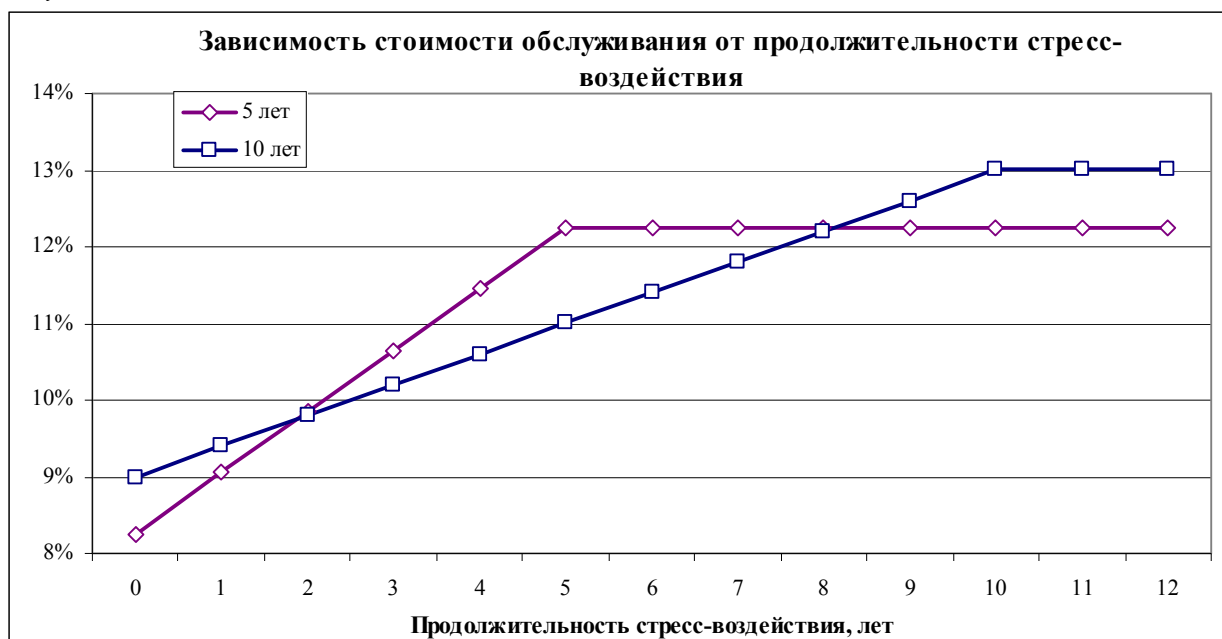
Ниже на рисунке 1 представлена зависимость стоимости обслуживания долга от длительности описанного выше стресс-воздействия  $\tau_c$  для портфелей облигаций

<sup>1</sup> - Пахомов С.Б. Методика формирования «эталонного портфеля» долга региона// Бюджет.– 2010г., март.

<sup>2</sup> - Cost-at-risk and Benchmark Government Debt Portfolio in Korea//International Economic Journal.– 2003., Summer, Volume 17, Number 2.

срочностью 5 и 10 лет. Видно, что портфель более коротких бумаг более резко реагирует на стресс-воздействие, несмотря на то, что долгосрочный эффект от роста ставки (прирост стоимости обслуживания по результатам 10 лет) в двух приведенных примерах эквивалентен.

Рисунок 1



В случае линейной аппроксимации кривой доходности на участке  $T \in [T_{min}; T_{max}]$ , (где  $T_{min}$  - минимально допустимая срочность долга,  $T_{max}$  - максимально возможная срочность долга) в виде  $r(T) = a + bT$  и  $\alpha(T) = \alpha + \beta T$  уравнение (1) можно представить в следующем виде:

$$S_c = a + bT + \frac{(\alpha + \beta T)\tau_c}{T} \quad (2)$$

Предположение о линейности кривой доходности является достаточно корректным, если учесть, что региональные заимствования чаще всего осуществляются на инвестиционные цели и их срочность, как правило, превышает 1 год, а кривая доходности облигаций на интервале от 1-2 лет до 8-12 лет имеет вид близкий к линейному. Параметры, характеризующие рынок ( $a$ ,  $b$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$ ) можно определить, используя различные подходы, например, имеющуюся рыночную статистику.

Исследуя функцию (2) на экстремум по  $T$ , приходим к следующему решению:

$$T_{крS} = \sqrt{\frac{\alpha}{b} \tau_c}, \quad (3)$$

Точка экстремума по  $T$  зависит от степени возмущения краткосрочных ставок ( $\alpha$ ), наклона кривой доходности в стабильном состоянии экономики ( $b$ ), длительности стресс-воздействия ( $\tau_c$ ).

В краткосрочном периоде в качестве меры риска можно принять, например, прирост стоимости обслуживания долга в результате стресс-воздействия продолжительностью 1 год. Появление незапланированных расходов на обслуживание заимствований может представлять опасность для исполнения бюджета в краткосрочной перспективе, т.к. требует экстраординарных мер – с последствиями более продолжительного воздействия можно бороться стандартными методами бюджетной политики (сокращение

инвестиционных расходов, меры по повышению собираемости налогов и т.д.). В этом случае условие (3) можно представить в виде:

$$T_{крS} = \sqrt{\frac{\alpha}{b}} \quad (4)$$

На рисунке 2 приведены результаты расчета уровня риска (т.е. прироста стоимости обслуживания долга после стресс-воздействия продолжительностью 1 год) и ожидаемой стоимости долга при различных характерных показателях волатильности рынка (при различных значениях  $\alpha$ ):

Рисунок 2

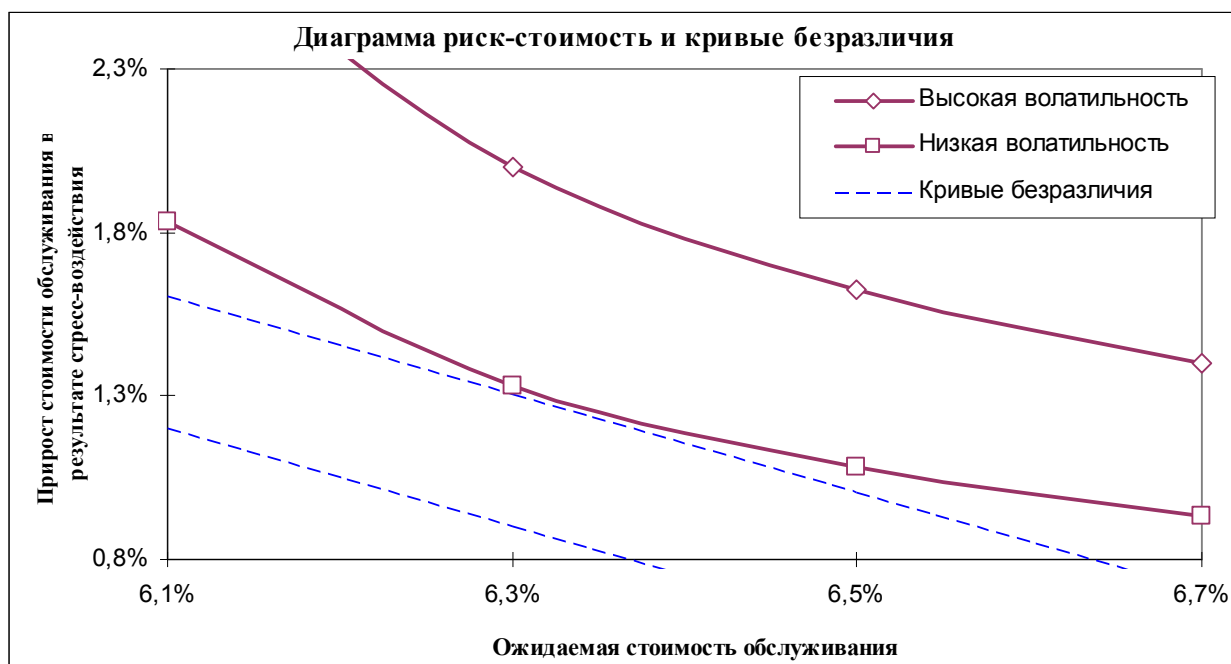


Рисунок 2 наглядно демонстрирует обратную зависимость между средней стоимостью и чувствительностью долгового портфеля к росту рыночной ставки.

Рост стоимости обслуживания долга при увеличении срочности портфеля облигаций является своего рода «платой» эмитента за снижение риска. Поэтому задачу оптимизации стоимости обслуживания долга можно рассматривать как задачу оптимизации «платы за риск». Очевидно, что следствием чрезмерно консервативного подхода к управлению рисками может стать неоправданное увеличение стоимости обслуживания долга. Наоборот, стремление к сокращению стоимости обслуживания долга путем, например, снижения его срочности ниже допустимого уровня, приведет к неоправданному росту риска процентной ставки и риска рефинансирования.

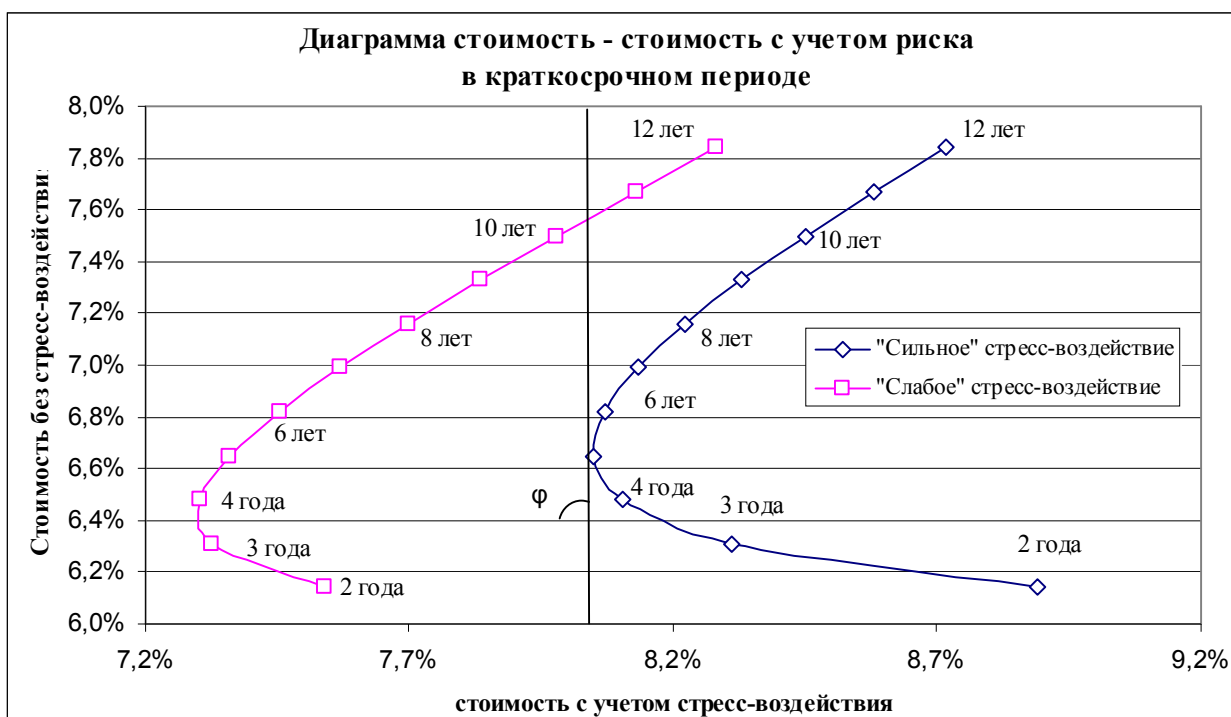
Для определения оптимальной (для каждого конкретного эмитента) срочности долга помимо объективных параметров, диктуемых рынком (т.е. построенной выше диаграммы «риск-стоимость») следует определить функцию склонности эмитента к риску. Указанную функцию графически удобно представить в виде набора «кривых безразличия» (рисунок 2). Все точки на одной «кривой безразличия» имеют равный приоритет для заемщика, но точки на разных кривых имеют в его глазах различное «качество». Приоритет кривой возрастает по мере движения к наименьшим величинам стоимости (т.е. в направлении начала координат по обеим осям). Таким образом, точка, в которой наклон линии безразличия соответствует наклону кривой риск-доходность, является оптимальной для эмитента (в этой точке «кривая безразличия» лишь касается приведенную на рисунке кривую «риск-стоимость»).

Построение функции предпочтения является нетривиальной задачей. В то же время, задачу можно упростить, если несколько скорректировать систему используемых координат, а именно перейти от термина «риск», к термину «стоимость обслуживания долга с учетом риска» (или «стоимость обслуживания долга после стресс-воздействия»).

Ниже на рисунке 3 представлены результаты проведенных расчетов в виде диаграмм, построенных в координатах «стоимость-стоимость с учетом риска», для следующих рыночных условий:

- равновесная кривая доходности в период экономической стабильности: 1 год - 6,0% годовых, 10 лет - 7,5% годовых
- стресс-воздействие на кривую доходности: слабое) 1-летние ставки возрастают на 2,5% годовых, 10-летние - на 4,5% годовых, сильное) 1-летние - на 5% годовых, 10-летние - на 9% годовых

Рисунок 3



Поиск оптимальной точки на графиках рисунке 3 также зависит от склонности эмитента к риску, однако ряд оценок в новых терминах сделать значительно проще. Обозначим угол наклона кривой к горизонтальной оси символом  $\varphi$ . В этом случае ясно, что любая из точек принадлежащих участку кривой с  $\varphi > 90^\circ$  не может рассматриваться в качестве оптимальной, т.к. снижение срочности долга здесь приводит к уменьшению как ожидаемой стоимости заимствований, так и стоимости заимствований с учетом риска роста процентной ставки.

Таким образом, точка оптимальности для любого рационального эмитента, независимо от его предпочтений, находится на участке кривой  $90^\circ > \varphi > 0^\circ$ . Причем, чем меньше склонность заемщика к риску, тем больше значение  $\varphi$ . При максимальной степени консервативности эмитента точка оптимальности на рисунке 3 соответствует значению  $\varphi = 90^\circ$ . В данной точке стоимость обслуживания с учетом риска имеет минимальное значение из возможных.

Таким образом, для консервативного заемщика в качестве оптимальной срочности долга при анализе процентного риска в краткосрочном периоде в условиях применения элементарной долговой стратегии может быть использовано значение  $T_{кр}$ , определенное выражением (4).

На рисунке 3 видно, что возрастание волатильности рынка (что эквивалентно росту показателя  $\alpha$  в уравнении 4) приводит к смещению оптимального значения срочности долга в сторону увеличения.

Описанный выше подход допускает несложный переход от оценки «элементарной» долговой стратегии к анализу произвольной стратегии, характеризующейся стационарным профилем погашения долга. Указанный переход можно реализовать путем суммирования стоимостей обслуживания долга с фиксированной срочностью (2) по всем имеющимся в долговом портфеле заемщика срокам обязательств.

$$\sum_{i=T_{\min}}^{T_{\max}} S_{ci} = \sum_{i=T_{\min}}^{T_{\max}} \eta_i \left( a + bT_i + \frac{(\alpha + \beta T_i)\tau_c}{T_i} \right) = a + b\langle T \rangle_{\text{ариф}} + \frac{\alpha\tau_c}{\langle T \rangle_{\text{гарм}}} + \beta \quad (5)$$

где  $\eta_i$  – доля облигаций погашения в  $i$ -м году в долговом портфеле,  
 $\langle T_{\text{ариф}} \rangle$  – средневзвешенное арифметическое срочности долгового портфеля,  
 $\langle T_{\text{гарм}} \rangle$  – средневзвешенное гармоническое срочности долгового портфеля.

Видно, что выражение (5) отличается от (2) только наличием не фактических, а усредненных значений срочности долгового портфеля. Таким образом (а также учитывая, что  $\langle T_{\text{ариф}} \rangle \geq \langle T_{\text{гарм}} \rangle$ ) в случае произвольного стационарного профиля долга, выражение (4) можно рассматривать как оценку снизу средневзвешенного арифметического значения или оценку сверху средневзвешенного гармонического значения срочности долга для оптимальной срочной структуры долгового портфеля.

Изучение влияния выбора срочной структуры заимствований на риск увеличения стоимости обслуживания долга в долгосрочной перспективе представляется не менее актуальной задачей, учитывая, что именно обеспечение минимально возможных расходов по обслуживанию долга в долгосрочной перспективе при поддержании требований к риску на уровне нормативно установленных значений традиционно является основной целью управления государственным долгом профессиональным управляющим<sup>3</sup>.

При использовании так называемых статичных стратегий (стратегий, описываемых фиксированной матрицей размещения долга) более дешевыми на долгосрочном горизонте оказываются стратегии, характеризующиеся более низкой средней дюрацией размещаемых займов. Причина заключается в том, что периоды инверсии кривой доходности являются краткосрочным явлением и не оказывают значительного влияния на стоимость обслуживания долга в долгосрочном периоде. В этом случае ключевую роль в определении срочности «эталонного» портфеля начинают играть прочие условия, например, требования к риску рефинансирования, ограничивающие снизу допустимый временной горизонт долга.

Ситуация меняется при использовании динамических стратегий – т.е. стратегий, допускающих изменение параметров размещаемого долга в зависимости от ситуации на рынке. В России, также как и во многих других открытых низкодиверсифицированных экономиках, основной риск дестабилизации долгового рынка связан с валютным риском, который в свою очередь определяется конъюнктурой глобального сырьевого рынка и состоянием спроса в мировой экономике. Опыт кризисов 1998 и 2008 гг. показывает, что следствием дестабилизации валютного рынка являлся резкий рост ставок на денежном рынке и рынке капитала. В такой период заимствования в национальной валюте на длительные сроки становилось чрезвычайно дорогим, а иногда и просто невозможным. Примером динамической стратегии может стать опробованная на практике стратегия перехода эмитента от размещения долгосрочных к выпуску краткосрочных облигаций в кризисный период.

<sup>3</sup> МВФ, Руководящие принципы управления государственным долгом, 2002.

Учитывая, что основные финансовые потери эмитента связаны именно с периодами существенной дестабилизации рыночных условий, при определении оптимальной стратегии в долгосрочном периоде будем условно предполагать, что процентные ставки могут находиться только в двух состояниях, характерных для периода стабильной экономической ситуации и характерных для кризисного периода. Средняя за период наблюдений ( $\tau_n$ ) стоимость обслуживания единицы долга в рамках описанной выше стратегии – размещение долгосрочных облигаций (срочностью  $T_L$ ) в период стабильных экономических условий и краткосрочных бумаг (срочностью  $T_S$ ) в период дестабилизации рынка, приведена ниже:

$$S_o = r_L + \frac{1}{T^*} \tau (\alpha_s - \Delta r) \quad (6)$$

где:

$r_L$  – долгосрочная ставка в стабильном состоянии рынка,  $r(T_L)$

$$T^* = \frac{T_L}{T_S};$$

$$\tau = \frac{\tau_k}{\tau_n}, \text{ где}$$

$\tau_k$  – продолжительность кризиса,

$\alpha_s$  – стресс-воздействие – прирост краткосрочной ставки в период кризиса

$$\alpha_s = \alpha + \beta T_S$$

$\Delta r$  – временной спрэд между доходностью облигаций срочности  $T_L$  и  $T_S$ ;

В случае линейной аппроксимации кривой доходности на участке от  $T_{min}$  до  $T_{max}$  в виде  $r(T) = a + bT$  временной спрэд между облигациями со сроками погашения  $L$  и  $S$  в стационарных условиях можно представить следующим образом:

$$\Delta r = b (T_L - T_S) \quad (7)$$

Выражение (7) можно переписать в виде:

$$\Delta r = b^* (T^* - 1), \text{ где } b^* = b T_S \text{ и } T^* \in [1; T_L / T_S]$$

В этом случае функцию зависимости стоимости обслуживания единицы долга для  $T^* \in [1; T_L / T_S]$  можно выразить следующим образом:

$$S_o = b^* T^* + (\alpha_s + b^*) \tau \frac{1}{T^*} + (a - b^* \tau) \quad (8)$$

Указанная функция является суперпозицией линейной и гиперболической функции и при положительном наклоне кривой доходности (положительном  $b^*$ ) в области положительных значений  $T^*$  имеет минимум, который при фиксированном значении прочих переменных определяется следующим соотношением:

$$T^*_{крL} = \sqrt{\left(1 + \frac{\alpha_s}{b^*}\right) \tau} \quad (9)$$

Приведенное выражение (9) показывает, что оптимальная, с точки зрения стоимости обслуживания, срочность заимствований в «не кризисный» период имеет положительную связь с размером и продолжительностью стресс-воздействия и отрицательную связь с наклоном кривой доходности в стационарных условиях. Ниже в уравнение (10) осуществлен переход от безразмерных параметров срочности долговой стратегии к более традиционным терминам.

$$T_{крL} = T_S T_{крL}^* = T_S \sqrt{\tau \left(1 + \frac{\alpha_S}{b^*}\right)} = T_S \sqrt{\tau \left(1 + \frac{\alpha_S}{bT_S}\right)} \quad (10)$$

По аналогии с выражением (3), при консервативном подходе, полученное в (10)  $T_{крL}$ , можно считать оценкой оптимального значения срочности долга в период экономической стабильности. Указанная оценка может быть проведена на основании имеющейся статистики рынка, а также, учитывая практику управления долгом в период дестабилизации процентных ставок (в условиях кризиса рыночные условия достаточно жестко ограничивали сверху допустимую срочность заимствований, т.к. рыночный спрос на облигации со сроками погашения свыше 1-2 лет фактически отсутствовал).

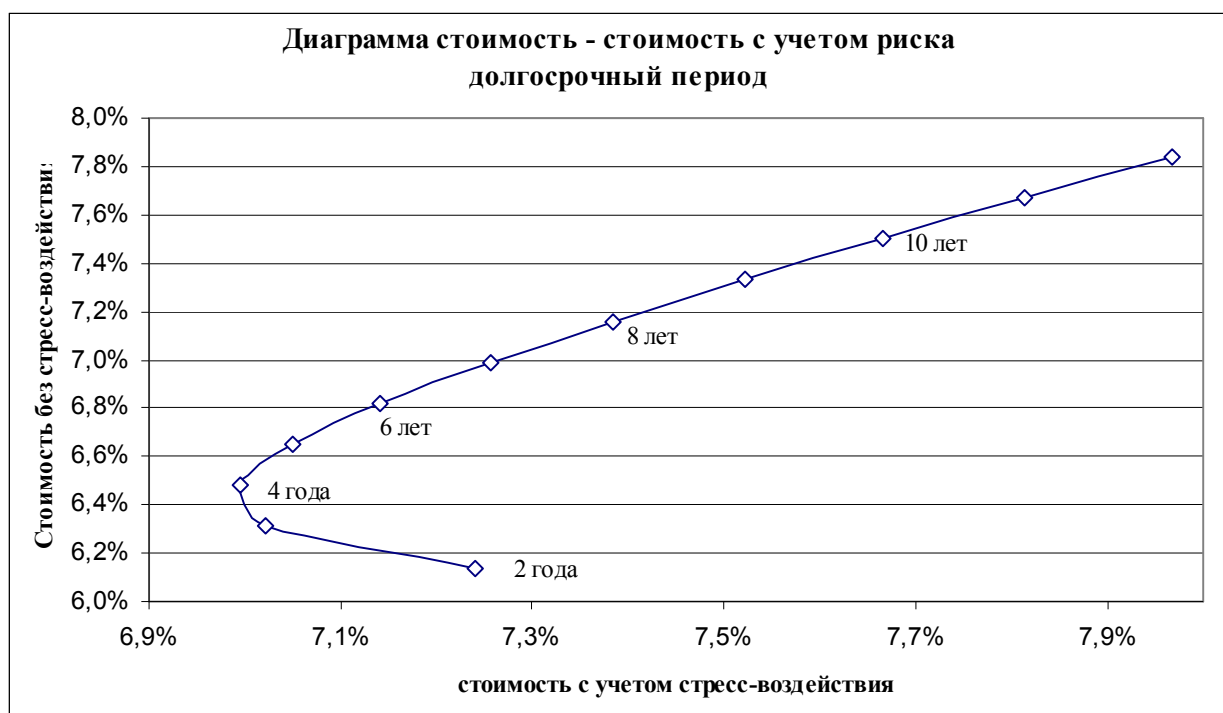
По аналогии с (5) подход допускает простой переход от оценки «элементарной» долговой стратегии, связанной с размещением облигаций заданной срочности  $T_L$  в период стабильного состояния финансовых рынков, к произвольной стратегии, характеризующейся стационарным профилем размещения долга в указанный период. В этом случае уравнения (9) и (10) можно трактовать как оценку снизу средневзвешенного арифметического значения или оценку сверху средневзвешенного гармонического значения срочности долга при оптимальной срочной структуре долгового портфеля.

При определенных условиях (как правило, соответствующих условиям в которых находится российский региональный заемщик) точка экстремума и, следовательно, долговая стратегия имеет оптимум внутри интервала  $T_{кр} \in [T_S; T_L]$ . Если экстремум достигается при значениях  $T_{кр} < T_S$  наименее дорогостоящей для заемщика является стратегия, связанная с проведением наиболее краткосрочных заимствований (т.е. при отсутствии каких-либо прочих ограничений – заимствований срочностью  $T_S$ ).

Ниже на рисунке 4 приведена графическая зависимость стоимости обслуживания долга при различной срочности облигаций, размещаемых в период стабильных экономических условий ( $T_L$ ), и срочности заимствований в период кризиса ( $T_S$ ) на уровне двух лет, в следующих рыночных условиях:

- кривая доходности в период экономической стабильности: 1 год - 6,3% годовых, 10 лет - 7,3% годовых,
- стресс-воздействие: 1-летние ставки возрастают на 5% годовых, 10 летние – на 9% годовых,
- длительности кризиса – 2 года, длительность периода наблюдения – 10 лет.

Рисунок 4



На рисунке 4 видно, что стратегия, обеспечивающая оптимальное соотношение риска и стоимости долга, достигается при средней срочности заимствований в период стабильных экономических условий на уровне 3-4 лет.

Совместное рассмотрение критериев оптимальной срочности долга (3) и (10), показывает, что стратегии, оптимизирующие соотношение параметров риска и стоимости в краткосрочном и долгосрочном периодах, могут не совпадать. В то же время, если учесть, что характерное значение  $T_S$  составляет  $\approx 1-2$  года, а  $\alpha_S \gg b$ , уравнение (10) можно переписать в виде соотношения (11), дающего приблизительную оценку оптимальной срочности долга при определении риска в долгосрочном периоде.

$$T_{крL} \approx \sqrt{\frac{\alpha_S}{b} T_S \tau} \quad (11)$$

Вид уравнения (11) для  $T_{крL}$  близок к виду уравнения (3) для  $T_{крS}$ . Если учесть, что характерный размер возмущения ставок в долгосрочном периоде больше, чем аналогичная величина, оцениваемая в краткосрочном периоде, а характерное значение  $T_S \tau$  меньше, чем  $\tau_c$ , можно прийти к выводу, что полученные оценки весьма близки в существующих рыночных условиях.

Оценка оптимальных значений срочности долга при различных подходах к определению риска (в краткосрочном и долгосрочном периоде) в рыночных условиях, характерных для внутреннего рынка облигаций Москвы в период с 2003 по 2010 гг., дали следующие результаты:

$$T_{крS} = 3,6 \text{ лет}$$

$$T_{крL} = 3,7 \text{ лет}$$

Средний срок до погашения облигаций города Москвы, размещенных на внутреннем рынке, по состоянию на конец 2010 года составляет 4,3 года.

Предложенный метод может быть применен для целей экспресс-оценки срочности «эталонного» долгового портфеля эмитента государственных и муниципальных облигаций. В тоже время, его использование на практике должно осуществляться с учетом прочих факторов риска (в частности, ограничений на риск рефинансирования



задолженности), а обусловленная его применением структура долга полностью соответствовать требованиям федерального и местного законодательства.